

CLEAI, matematica generale, primo semestre, aa 2003–2004.
Esercizi di allenamento #2

Studio di funzione:

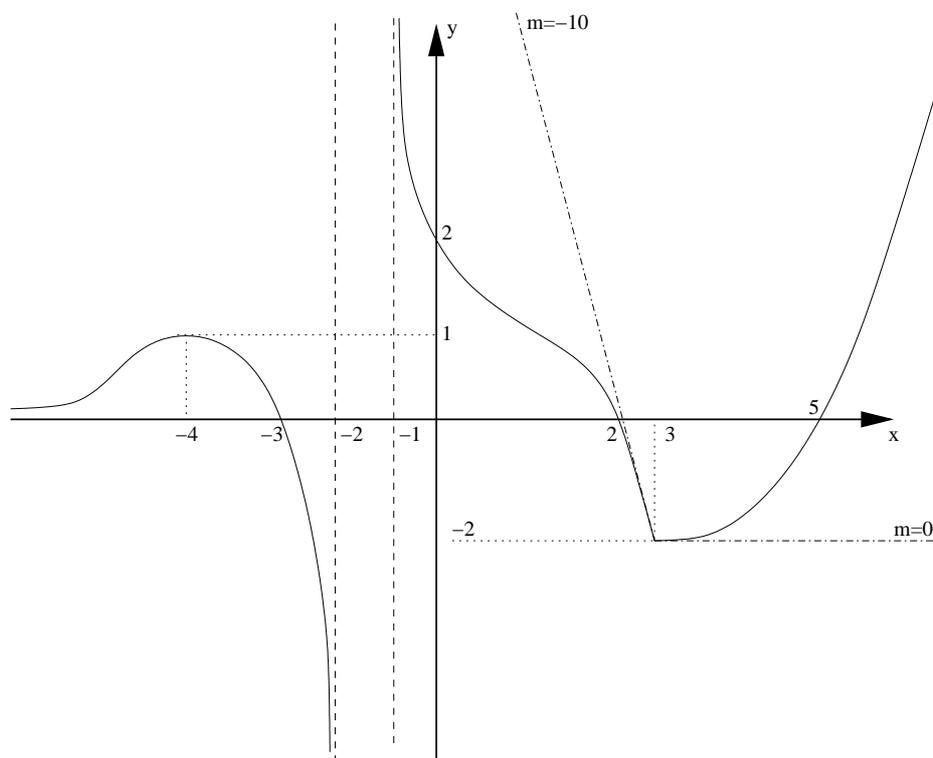
Disegnare il grafico della seguente funzione (la derivata seconda è facoltativa):

$$f(x) := \begin{cases} x^2 e^{-2x} & \text{se } x \leq -1 \\ x^2 - 1 & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

Evidenziare in particolare i seguenti punti: (a) campo d'esistenza e suoi punti di accumulazione; (b) punti in cui f è sicuramente continua, punti in cui f è sicuramente derivabile; (c) punti di discontinuità; (d) limiti; (e) asintoti; (f) monotonia; (g) punti di non derivabilità; (h) tangenti destra e sinistra in $x = -1$.

Studio di grafico di funzione:

Data $f(x)$ tramite il grafico in figura, determinare: (a) campo d'esistenza e suoi punti di accumulazione; (b) zeri; (c) intersezioni con gli assi; (d) segno; (e) punti di discontinuità; (f) limiti; (g) asintoti; (h) punti e valori critici; (i) monotonia; (j) estremi locali e globali; (k) punti di non derivabilità; (l) tangenti destra e sinistra in 3.



Massimi e minimi:

Determinare i punti e i valori di minimo e massimo (locali e globali) sull'intervallo $(0, 3]$ della seguente funzione:

$$f(x) := 3x - 2(x - 1)^2$$

Zeri:

Stabilire se $f(x) := e^x - \ln(x^2)$ ammette degli zeri su $(0, +\infty)$. In caso affermativo, dire quanti sono gli zeri e stimarli con precisione di almeno un'unità.

Punti fissi:

Stabilire se la curva $f(x) := e^x$ e la retta $y = x$ si intersecano. In caso affermativo, dire quanti sono i punti di intersezione e stimarne le ascisse con precisione di almeno un'unità. Infine, discutere i punti fissi di $f(x) := e^x$.

Teorico:

Dire se $f(x) := 7e^{\sqrt{|x^{123} - x^5 + 157|}}$ ammette massimo e minimo globale nell'intervallo $[0, 1]$ (giustificare la risposta).